# CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
# "ADOLF HAIMOVICI"

**Filiera teoretică – Profilul uman – specializarea Filologie, Ştiinţe Sociale**

## Etapa locală, 16 februarie 2019

**Clasa a X-a**

**Subiectul I (7 puncte)**

a) Arătaţi că numărul $n = \sqrt[3]{1331} + \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{2018}+\sqrt{2019}} - \sqrt{2019}$ este natural;

b) Demonstraţi că expresia $E = \frac{\log_5 x + \log_{25} x + \log_{0,2} x}{\log_3 x + \log_{3\sqrt{9}} x + \log_{0,(3)} x}$ nu depinde de $x$, unde $x > 0, x \neq 1$.

**Barem**

a) $\sqrt[3]{1331} = 11$ ........................................................................................**1p**

După raţionalizarea numitorilor $n = 11 - 1 + \sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{3} - \cdots - \sqrt{2018} + \sqrt{2019} - \sqrt{2019}$...............**1p**

Finalizare $n = 10 \in \mathbb{N}$ ........................................................................................**1p**

b) $E = \frac{(1+\frac{1}{2}-1)\log_5 x}{(1+\frac{3}{2}-1)\log_3 x}$ ........................................................................................**2p**

$E = \frac{1}{3}\log_5 3$........................................................................................**2p**

**Subiectul II (7 puncte)**

Un cercetător în ştiinţe medicale este în căutarea unui tratament pentru un virus. Pentru aceasta el recoltează o probă ce conţine un număr de $10^7$ celule contaminate şi observă că acestea se multiplică de 2,5 ori la un interval de 15 minute.

a) Câte celule vor fi după o oră şi jumătate?

b) Dacă se aplică o substanţă de tratament, se constată că numărul celulelor contaminate se micşorează de 5 ori într-un interval de 20 de minute. Folosind numărul de celule de la punctul a), calculaţi câte astfel de celule vor rămâne după 4 ore de la aplicarea substanţei de tratament.

**Adresa:** Str. Mihai Eminescu, Nr. 11, 410019, Oradea
**Tel:** +40 (0) 259 41 64 54, **Tel./fax**: +40 (0) 359 43 62 07,
**Fax:** +40 (0) 259 41 80 16, +40 (0) 259 47 02 22,
**Web:** www.isjbihor.ro - **E-mail**: contact@isjbihor.ro

**Barem**

a) Într-o oră şi jumătate avem 6 intervale de 15 minute ........................................................................**1p**

$10^7 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^6 = 2 \cdot 5^{13}$........................................................................**2p**

b)În 4 ore avem 12 intervale de 20 de minute ........................................................................**1p**

$2 \cdot 5^{13} \cdot 5^{-12} = 10$........................................................................**3p**

**Subiectul III (7 puncte)**

Fie numerele $a, b, c > 0$ cu proprietatea: $\frac{4}{\sqrt{a}} = \frac{3}{\sqrt{b}} = \frac{2}{\sqrt{c}}$.

a) Comparaţi numerele $a, b, c$;

b) Calculaţi $\frac{\sqrt{a+b+c}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}}$.

**Barem**

a) $\frac{4}{\sqrt{a}} = \frac{3}{\sqrt{b}} = \frac{2}{\sqrt{c}} = \frac{1}{k}$ $cu\ k > 0$, atunci avem $a = 16k^2,\ b = 9k^2,\ c = 4k^2$........................................**2p**

$a > b > c$........................................................................**1p**

b)$\frac{\sqrt{a+b+c}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}} = \frac{\sqrt{16k^2+9k^2+4k^2}}{4k+3k+2k}$........................................................................**2p**

Finalizare $\frac{\sqrt{29}}{9}$ ........................................................................**2p**

**Subiectul IV (7 puncte)**

Fie numărul $a$ care verifică egalitatea $2^a = 3$.

a) Arătaţi că $32^{\frac{5-3a}{5}} = \frac{32}{27}$;

b) Exprimaţi în funcţie de $a$, $\log_{18} \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt[3]{3}}$.

**Barem**

a) $a = \log_2 3$........................................................................**1p**

$32^{\frac{5-3a}{5}} = \frac{32}{(2^5)^{\frac{3}{5}\log_2 3}} = \frac{32}{3^3}$........................................................................**2p**

b) $\log_{18} \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt[3]{3}} = \frac{\log_2\left(\frac{2^{2,5}}{3^{0,(3)}}\right)}{\log_2(2\cdot 3^2)}$ ........................................................................**2p**

Finalizare $\frac{\frac{5}{2}-\frac{a}{3}}{1+2a}=\frac{15-2a}{12a+6}$..........................................................................................................................**2p**

***Notă:*** *Orice altă rezolvare corectă va fi punctată conform baremului.*

**Adresa:** Str. Mihai Eminescu, Nr. 11, 410019, Oradea
**Tel:** +40 (0) 259 41 64 54, **Tel./fax**: +40 (0) 359 43 62 07,
**Fax:** +40 (0) 259 41 80 16, +40 (0) 259 47 02 22,
**Web:** www.isjbihor.ro - **E-mail**: contact@isjbihor.ro