



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICĂTĂ

"ADOLF HAIMOVICI"

Profilul servicii , resurse naturale și protecția mediului

Profilul real specializarea științele naturii

Profilul tehnic

Etapa locală, 16 februarie 2019

CLASA A XI-A

Subiectul I (7 puncte)

Fie $a \in \mathbf{R}$ și matricea $X(a) = \begin{pmatrix} 1 + 2a & a \\ -2a & 1 - a \end{pmatrix}$.a) Arătați ca $X(a) \cdot X(b) = X(a + b + ab)$, $\forall a, b \in \mathbf{R}$.b) Demonstrați că $X^n(1) = X(2^n - 1)$, $\forall n \in \mathbf{N}^*$.

Barem

- a) demonstrarea egalității.....3p
 b) demonstrarea egalității prin inducție4p

Subiectul II (7 puncte)

Se consideră determinantul $D(a, b) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & a^2 & 1 \\ b & b^2 & 1 \end{vmatrix}$, unde a și $b \in \mathbf{R}$.

- a) Arătați că $D(2,3)=2$.
 b) Verificați dacă $D(a,b)=(a-1)(b-1)(b-a)$, $\forall a, b \in \mathbf{R}$.
 c) În reperul cartezian xOy se consideră punctele $P_n(n, n^2)$ unde $n \in \mathbf{N}^*$.
 Determinați numărul natural $n, n \geq 3$ pentru care aria $\Delta P_1 P_2 P_n$ este egală cu 1.

Barem

- a) Se înlocuiește și se fac calculele2p
 b) Calculul determinantului și obținerea rezultatului2p

Adresa: Str. Mihai Eminescu, Nr. 11, 410019, Oradea

Tel: +40 (0) 259 41 64 54, Tel./fax: +40 (0) 359 43 62 07,

Fax: +40 (0) 259 41 80 16, +40 (0) 259 47 02 22,

Web: www.isjbihor.ro - E-mail: contact@isjbihor.ro



c) Formula ariei $A = \frac{1}{2} |\Delta|$, $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2^2 & 1 \\ n & n^2 & 1 \end{vmatrix}$ 1p

$A=1$ rezultă $|\Delta|=2$ deci $(n-1)(n-2)=2$ sau $(n-1)(n-2)=-2$ 1p

Rezultat final $n=3$ 1p

Subiectul III (7 puncte)

Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x^2-x}{x+1}$.

a) Determinați ecuațiile asimptotelor funcției.

b) Să se determine $a, b \in \mathbf{R}$, astfel încât $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2-x}{x+1} - ax - b \right) = 3$.

Barem

a) Calculul limitelor la $\pm\infty$, deci funcția nu are asimptote orizontale.....1p

Dreapta de ecuație $y = x - 2$ este asimptotă oblică spre $\pm\infty$ la graficul funcției.....2p

Dreapta de ecuație $x = -1$ este asimptotă verticală la graficul funcției1p

b) $1-a = 0$, deci $a = 1$2p

$b = -5$1p

Subiectul IV (7 puncte)

Calculați următoarele limite:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 - 2x + 1}}{2x + 3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin 7x}$$

Barem

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 - 2x + 1}}{2x + 3} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \dots\dots\dots 3p$$



MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE



INSPECTORATUL
ȘCOLAR JUDEȚEAN
BIHOR

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin 7x} = \frac{2}{7} \dots\dots\dots 4p$$

Notă: Orice altă rezolvare corectă va fi punctată conform baremului.

Adresa: Str. Mihai Eminescu, Nr. 11, 410019, Oradea
Tel: +40 (0) 259 41 64 54, **Tel./fax:** +40 (0) 359 43 62 07,
Fax: +40 (0) 259 41 80 16, +40 (0) 259 47 02 22,
Web: www.isjbihor.ro - **E-mail:** contact@isjbihor.ro