



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ**“ADOLF HAIMOVICI”****Profilul servicii, resurse naturale și protecția mediului****Profilul real specializarea științele naturii****Profilul tehnic****Etapa locală, 16 februarie 2019****Clasa a X-a****Subiectul I (7 puncte)**

a) Pentru toate valorile admisibile a, x, y, z , să se demonstreze că expresia $E = x^{\log_a \frac{y}{z}} \cdot y^{\log_a \frac{z}{x}} \cdot z^{\log_a \frac{x}{y}}$ este constantă.

b) Dacă $\lg 2 = a$ și $\lg 3 = b$ calculați $\log_{72} 108$ în funcție de a și b .

Barem

a) Logaritmând în baza a , obținem rezultatul 0. (3p)

$E=1$, deci constantă. (1p)

b) Aflarea rezultatului $\log_{72} 108 = \frac{2a+3b}{3a+2b}$. (3p)

Subiectul II (7 puncte)

Determinați funcția bijectivă $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = ax + b$, $a, b \in \mathbf{R}$ și $a \neq 0$, care are inversa $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $g(t) = 2t - 5$.

Barem

Funcția bijectivă $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = ax + b$ are ca inversă funcția $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, g(t) = \frac{1}{a}t - \frac{b}{a}$,

unde $a \in \mathbf{R}^*$. (5p) Deci $a = \frac{1}{2}$ și $b = \frac{5}{2}$. (2p)

Subiectul III (7 puncte)

Fie z_1, z_2 soluțiile ecuației: $z^2 - 3z + 4 = 0$. Calculați:



a) $z_1^2 + z_2^2$;

b) $\left(z_1 + \frac{5}{z_1} - 3\right)\left(z_2 + \frac{5}{z_2} - 3\right)$.

Barema) Scrierea relațiilor lui Viete **(1p)**Obținerea rezultatului: $z_1^2 + z_2^2 = 1$. **(1p)**b) După înmulțirea corectă a parantezelor, aducerea la numitor comun și folosirea relațiilor lui Viete obținem rezultatul $\frac{1}{4}$. **(5p)****Subiectul IV (7 puncte)**Să se determine numerele reale a care verifică egalitatea $\sqrt{84 + a\sqrt{3}} + \sqrt{84 - a\sqrt{3}} = 10\sqrt{3}$.**Barem**Stabilirea condițiilor de existență a radicalilor (sau verificarea soluțiilor obținute la final). **(1p)**Prin ridicare la pătrat obținem $168 + 2\sqrt{84^2 - 3a^2} = 300$ **(3p)** $\Rightarrow 7056 - 3a^2 = 4356$ **(2p)** \Rightarrow $\Rightarrow a = \pm 30$. **(1p)****Notă:** Orice altă rezolvare corectă va fi punctată conform baremului.