MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE ŞI CERCETĂRII ŞTIINŢIFICE

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN BIHOR

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Profilul servicii resurse naturale și protecția mediului.

Profilul real specializarea științele naturii.

Profilul tehnic

Faza locală, 5 martie 2016

Clasa a IX-a

Subiectul 1 (7 puncte)

Calculaţi valoarea minimă a expresiei $E(x,y) = 4x + 5y$, ştiind că $\boldsymbol{x},\boldsymbol{y} \in \mathbb{R}$ şi

$|3x+1| \leq 4\,, |4y-1| \leq 5.$

Barem

$|3x+1| \leq 4 \Rightarrow x \in \left[-\frac{5}{3}, 1\right]$.. 2 p

$|4y-1| \leq 5 \Rightarrow y \in \left[-1, \frac{3}{2}\right]$.. 2 p

$E(x,y) \geq -\frac{35}{3}$...1p

Valoarea minimă a expresiei se obţine pentru x şi y minime, Minimul este - $\frac{35}{3}$ ....2 p.

Subiectul 2 (7 puncte)

Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\left[\frac{3+[x]}{4}\right] = x$, unde $[y]$ reprezintă partea întreagă a numărului real y.

Barem

$\left[\frac{3+[x]}{4}\right] = x \Rightarrow x \in \mathbb{Z}$...1 p $[x] = x$...1 p

Ecuaţia dată devine $\left[\frac{3+x}{4}\right] = x \Rightarrow \quad x \leq \frac{3+x}{4} < x+1$...2 p

$\begin{cases} 4x \leq 3+x \\ 3+x < 4x+4 \end{cases} \iff \begin{cases} x \leq 1 \\ x > -\frac{1}{3} \end{cases}$ ....1 p

$x \in (-\frac{1}{3}\,, 1] \cap \mathbb{Z}$...1 p

$x \in \{0\,; 1\}$...1 p

Subiectul 3 (7 puncte)

Să se calculeze sumele următoare:

$a)\ 4+5+8+9+12+13+\cdots 80+81$

$b)\ 9+99+999+\cdots+\underbrace{99\ldots9}_{100\ ori}$

Barem

a) Se observă că suma se poate scrie sub forma

$S=(4+8+12+\cdots+80)+(5+9+13+\cdots+81)$.............................1 p

Ambele sume au 20 de termeni, sunt progresii aritmetice cu rația 4…….....…..…..1 p

$S=\frac{20\cdot(4+80)}{2}+\frac{20(5+81)}{2}=840+860=1700$................................1 p.

b) $S=(10-1)+(100-1)+(1000-1)+\cdots+\left(\underbrace{10\ldots0}_{100\ zerouri}-1\right)$..............................1 p

$S=(10+10^2+10^3+\cdots+10^{100})-\left(\underbrace{1+1+\cdots+1}_{100\ de\ ori}\right)$..1 p

$S=\frac{10(10^{100}-1)}{9}-100=\frac{10\cdot\underbrace{99\ldots9}_{100\ de\ ori}}{9}-100$..1 p

$S=10\cdot\underbrace{11\ldots1}_{100\ de\ ori}-100=\underbrace{11\ldots11}_{100\ de\ ori}0-100=\underbrace{11\ldots1}_{98\ de\ ori}010$................................1 p

Subiectul 4 (7 puncte)

Fie $ABCDEF$ un hexagon regulat, k un număr real pozitiv şi punctele $M\in(AC)$, $N\in(CE)$ astfel încât $\frac{AM}{AC}=\frac{CN}{CE}=k$.

a)Exprimaţi $\overrightarrow{BM}$ şi $\overrightarrow{BN}$ în funcţie de $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ şi k .

b)Determinaţi valoarea lui k pentru care punctele B , N şi M sunt coliniare.

Barem

a)$\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AM}$; $\overrightarrow{AM}=k\overrightarrow{AC}=k(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})$..1 p

$\overrightarrow{BM}=(k-1)\overrightarrow{AB}+k\overrightarrow{BC}$...1 p

$\overrightarrow{BN}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CN}$; $\overrightarrow{CN}=k\overrightarrow{CE}=k(\overrightarrow{BE}-\overrightarrow{BC})$..1 p

$\overrightarrow{BE}=2(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC})=-2\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{BC}$..1 p

$\overrightarrow{BN} = -2k\overrightarrow{AB} + (k+1)\overrightarrow{BC}$..1 p

b) B, M, N coliniare <=> $\frac{k-1}{-2k} = \frac{k}{k+1}$..1 p

$k = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ....1 p