INSPECTORATUL ŞCOLAR
JUDEŢEAN IAŞI

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA JUDEŢEANĂ
8 martie 2014

Profil Filologie / Ştiinţe sociale

FACULTATEA
CONSTRUCŢII DE MAŞINI
SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

IX. OSZTÁLY

1. Adott az $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=ax+b, a,b\in\mathbb{R}, a\neq 0$ függvény.

a) $a<0$ esetén határozd meg azt az f függvényt, amelynek grafikus képe a koordináta tengelyekkel egy $8cm^2$ területű egyenlő szárú háromszöget alkot.

b) Számítsd ki az $f\left(\frac{1}{1\cdot 2}\right)+f\left(\frac{1}{2\cdot 3}\right)+\cdots+f\left(\frac{1}{99\cdot 100}\right)$ összeget, ha $a=2$ és $b=-1$.

2. Öt személy egy színdarabot ad elő, amelynek cselekménye 1980-ban játszódik. Egyikük észreveszi, hogy életkoraik számtani haladványban vannak. Tudva, hogy életkoraik négyzetének összege egyenlő az évvel, amelyben a színdarab cselekménye játszódik és életkoraik összege 90 év, határozd meg mindegyik személy életkorát.

3. Tekintsük az $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=mx^2-2(m-1)x+m-3, m\in\mathbb{R}^*$ másodfokú függvényt.

a) Határozd meg az $m\in\mathbb{R}^*$ értékét úgy, hogy az f függvény grafikus képe két olyan pontban metsze az *Ox* tengelyt, amelyek az *Oy* tengely két oldalán helyezkednek el.

b) Határozd meg az $m\in\mathbb{R}^*$ értékét úgy, hogy az *f* függvény grafikus képe az OX tengelyt két pozitív abszcisszájú pontban metsze.

4. Adottak az A és B pontok. Igayold, hogy egyetlen olyan G pont létezik, amelyre $2\overrightarrow{AG}+5\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{AB}$

Notă: *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*

INSPECTORATUL ŞCOLAR
JUDEŢEAN IAŞI

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

ETAPA JUDEŢEANĂ
8 martie 2014

FACULTATEA
CONSTRUCŢII DE MAŞINI
SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Profil Filologie / Ştiinţe sociale

X. OSZTÁLY

1. Adott az $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\, f(x)=2^x$ függvény.

a) Mutasd ki, hogy $f\left(\frac{2+4}{2}\right)\le\frac{f(2)+\mathrm{f}(4)}{2}$.

b) Igazold, hogy $f\left(\frac{a+b}{2}\right)\le\frac{f(\mathrm{a})+\mathrm{f(b)}}{2},\forall a,b\in\mathbb{R}$.

2. Bizonyítsd be, hogy $\forall x,y,z>0,\, x^{\log_2\frac{y}{z}}\cdot y^{\log_2\frac{z}{x}}\cdot z^{\log_2\frac{x}{y}}=1$.

3. a) Oldd meg az $\sqrt{\lg^2 x-\lg x^2+1}=3$ egyenletet.

b) Oldd meg az $\frac{e^x}{e^{\frac{1}{x}-1}}=e^{\frac{1}{x}}$ egyenletet.

4. Egy szálloda igazgatója megállapította, hogy a 2013 március 3 – 8. közötti héten az elfoglalt helyek száma hétfőtől szombatig egy mértani haladvány tagjai.

a) Ha az első három nap 26 helyet, az utolsó három nap 702 helyet foglaltak el, hány helyet foglaltak el a hét egy-egy napján.

b) Ha minden helyért 110 lejt fizettek, hány lej volt az összbevétel csütörtök estig?

c) A pénteken elfoglalt helyek száma hány százaléka a hat nap alatt elfoglalt összes helyek számának?

Notă: *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*

INSPECTORATUL ŞCOLAR
JUDEȚEAN IAŞI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

ETAPA JUDEȚEANĂ
8 martie 2014

FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAŞINI
SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Profil Filologie / Ştiințe sociale

XI. OSZTÁLY

1. Két tanuló fejenként 1000 lejt tett be a bankba. Az egyik tanuló 3 hónapos kamatos kamatra, évi 20%-os kamatlábbal, a második pedig egy éves letétre tette be pénzét. Tudva, hogy két év után ugyanannyi pénzt kaptak, számítsd ki:

a) Mekkora pénzösszeget kaptak a tanulók?
b) Mekkora volt a kamatláb a második tanuló esetében?

Pontosítás: *a bank nem számolt fel semmiféle költséget vagy illetéket és mindkét esetben automatikus hosszabbítást alkalmaztak a letétre.*

2. Egy tejeskocsi 7 faluból gyűjti be a tejet. A helységeket 1, 2, 3 …7-tel számoztuk. A kocsi reggel mindig az 1-es helységből indul begyűjteni a tejet (itt lakik a sofőr) és utolsó megállója a 7-es helység, ahol a tejfeldolgozó vállalat található. Tudva, hogy bármelyik két falu között egyetlen út van, határozd meg:

a) A hét falut összekötő utak számát!
b) Hányféleképpen juthat el a tejeskocsi vezetője a lakhelyétől a tejfeldolgozó vállalatig, ha legfeljebb csak egyszer megy át egy helységen és minden alkalommal úgy halad, hogy a faluk számozása növekvő sorrendben legyen?

3. Egy iskolában tanulmányt készítettek a tanulók testsúlyáról. A mérések során gyűjtött adatokat a következő táblázat tartalmazza:

Testsúly (kg)	[40,60)	[60,70)	[70,80)	[80,90)	[90,120)
Tanulók száma	45	105	135	60	30

c) A tanulóknak hány százalékának a súlya legalább 80 kg?
d) Számítsd ki az átlagsúlyt, a lineáris közepes eltérést, a szórást és az átlagos négyzetes eltérést.

4. Egy teniszturnén kieséses rendszerben játszanak (a győztes továbbjut a következő fordulóba, a vesztes pedig kiesik a turnéról). Tudjuk hogy a turnén 60 játékos vesz részt és néhányan közülük nem vesznek részt az első fordulóban, csak a második fordulótól játszanak (úgy, hogy a második fordulótól csak egy győztese lehessen a turnénak).

e) Hány mérkőzést játszott a turné győztese, ha az első fordulóban is részt vett?
f) Összesen hány meccset játszottak le a teniszturnén?
g) Milyen gráffal ábrázolható a turnén szervezett meccsek programja?

Notă: *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*

INSPECTORATUL ŞCOLAR
JUDEȚEAN IAŞI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

ETAPA JUDEȚEANĂ
8 martie 2014

Profil Filologie / Ştiințe sociale

FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAŞINI
SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

XII. OSZTÁLY

1. Adott az $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{pmatrix}$ matrix.

a) Igazold, hogy $A^2-5A=O_2$.

b) Számítsd ki A^{2014}.

2. Adott az $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\end{pmatrix}$ matrix. Igazold, hogy ha B olyan harmadrenű négyzetes mátrix, amelynek elemei valós számok és $A\cdot B = B\cdot A$, akkor a B mátrix minden sorában, illetve minden oszlopában az elemek összege egyforma.

3. Tekintsük az $A(x)=\begin{pmatrix}1 & x & 2x^2+2x\\ 0 & 1 & 4x\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ mátrixokat, ahol x valós szám.

a) Igazold, hogy $\left(A(x)-A(y)\right)^{2015}=O_3$, bármely x és y valós számok esetén.

b) Igazold, hogy $A(x)\cdot A(y)=A(x+y)$, bármely x és y valós számok esetén.

c) Határozd meg az x valós számot, ha $A(1)\cdot A(x)=I_3$.

4. Az xOy koordináta rendszerben adottak az $A(-1, 0)$, $B(3, 2)$, $C(-2,1)$, $D(2, 1)$ pontok, valamint az $x - y + 1 = 0$ egyenletű (d) egyenes. Határozd meg a (d) egyenesnek azon M pontját, amelyre az MAB és MCD háromszögek területe egyenlő.

Notă: *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*