



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Profilul uman

Faza locală, 5 martie 2016

Clasa a IX-a

Subiectul 1 (7 puncte)

Dacă $\frac{x}{x^2+x+1} = t \in \mathbb{R}^*$, calculați $\frac{x^4+x^2+1}{x^2}$.

Subiectul 2 (7 puncte)

O persoană depune la o bancă o sumă de 10000 de lei, cu o dobândă anuală de 3%. Dacă această persoană nu își ridică dobânda, aceasta se adaugă sumei inițiale și dobânda din următorul an se va aplica sumei totale. Știind că nu se fac retrageri de bani în următorii trei ani de la depunere, calculați suma acumulată după această perioadă.

Subiectul 3 (7 puncte)

O sală de spectacole are 21 de rânduri de scaune, fiecare dintre acestea având cu un scaun mai mult decât rândul din față. Știind că rândul al 11-lea are 30 de locuri, aflați numărul total de locuri din acea sală.

Subiectul 4 (7 puncte)

Să se arate că într-un hexagon regulat $ABCDEF$ are loc relația :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{AD}.$$



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Profilul uman

Faza locală, 5 martie 2016

Clasa a X-a

Subiectul 1 (7 puncte)

Se consideră expresia $E(x, y) = (x^2 \sqrt{y})^p \cdot \sqrt{y \sqrt{x}}$ unde $x, y > 0$. Să se scrie $E(x, y)$ ca un produs de puteri ale lui x și y și apoi să se determine p astfel încât $E(16, 4) = 4$.

Subiectul 2 (7 puncte)

Să se calculeze $\left(\frac{1}{9}\right)^3 \cdot \left((27\sqrt{3})^{\sqrt{12}}\right) \cdot (0, (3))^{-2} \cdot \frac{1}{9^5}$.

Subiectul 3 (7 puncte)

Să se demonstreze următoarele egalități: (a) $3^{\lg \frac{7}{5}} \cdot 7^{\lg \frac{5}{3}} \cdot 5^{\lg \frac{3}{7}} = 1$

(b) $\log_a b \cdot \log_c d \cdot \log_e f = \log_a f \cdot \log_c b \cdot \log_e d$, $\forall a, b, c, d, e, f \in (0, 1) \cup (1, \infty)$.

Subiectul 4 (7 puncte)

Calculați: (a) $S = \log_3 x + \log_3 x^2 + \dots + \log_3 x^{100}$, $x > 0$;

(b) $S' = \lg \sqrt{x} + \lg \sqrt[2 \cdot 3]{x} + \lg \sqrt[3 \cdot 4]{x} + \dots + \lg \sqrt[2015 \cdot 2016]{x}$, $x > 0$.



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Profilul uman

Faza locală, 5 martie 2016

Clasa a XI-a

Subiectul 1 (7 puncte)

Într-un birou de lucru se constată că numărul de absențe ale angajaților, pe o perioadă de 90 de zile, este dat de următorul tabel

Număr absențe	0	1	2	3	4
Număr de zile	60	20	6	3	1

Să se determine media și abaterea medie pătratică a numărului de absențe zilnice.

Subiectul 2 (7 puncte)

La o întrecere sportivă au participat 35 de persoane. La proba de alergare de 1000 de metri s-au obținut următoarele rezultate cronometrate:

Timpul ('-min "-sec)	$<2'30''$	$[2'30'',3')$	$[3',3'30'')$	$[3'30'',4')$	$\geq 4'$
Numărul concurenților	5	8	10	7	5

Alcătuiești histograma și poligonul frecvențelor

Subiectul 3 (7 puncte)

Intr-o clasă de elevi, se măsoară înălțimea acestora și se obțin următoarele rezultate:

Înălțimea (cm)	160-169	170-179	180-189	190-199
Număr de persoane	3	16	7	4

Să se calculeze media și dispersia.

Subiectul 4 (7 puncte)

Un profesor a calculat media notelor de la teză ale unei clase și a obținut 5,43. După un timp și-a dat seama că la 11 note a uitat să adauge punctul din oficiu și recalculând a obținut media 5,87. Câți elevi se află în clasă?



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Profilul uman

Faza locală, 5 martie 2016

Clasa a XII-a

Subiectul 1 (7 puncte)

Se consideră matricele $G(x) = \begin{pmatrix} 3^x & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & x & 1 \end{pmatrix}$, unde $x \in \mathbb{R}$

- a) Să se arate că $G^n(x) = G(nx)$, $x \in \mathbb{R}$, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$;
- b) Să se calculeze determinantul matricei: $G(0) + G(1) + G(2) + \dots + G(2016)$

Subiectul 2 (7 puncte)

Se consideră mulțimea:

$$G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 3b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Q} \right\} \subset M_2(\mathbb{Q}).$$

- a) Să se arate că pentru oricare matrice $A, B \in G$ are loc egalitatea $A \cdot B = B \cdot A$;
- b) Să se determine matricea $E \in G$ pentru care $E \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 6 & 1 \end{pmatrix} = I_2$.

Subiectul 3 (7 puncte)

Se consideră determinantul $\Delta = \begin{vmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{vmatrix}$, unde $a, b, c \in \mathbb{R}$.

Să se arate că $\Delta = \frac{1}{2}(a+b+c)((a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2)$.

Subiectul 4 (7 puncte)

Se consideră sistemul
$$\begin{cases} x + ay + 2z = 1 \\ x + (2a-1)y + 3z = 1, a \in \mathbb{R} \\ x + ay + (a-3)z = 1 \end{cases}$$

cu matricea sistemului $A = \begin{pmatrix} 1 & a & 2 \\ 1 & 2a-1 & 3 \\ 1 & a & a-3 \end{pmatrix}$.

- a) Să se rezolve ecuația $\det(A) = 0$;
- b) Să se rezolve sistemul pentru $a = 0$.

Notă: Timp de lucru 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.