



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Profilul uman

Faza locală, 5 martie 2016

Clasa a IX-a

1. Tétel (7 pont)

Ha $\frac{x}{x^2+x+1} = t \in \mathbb{R}^*$, számítsátok ki $\frac{x^4+x^2+1}{x^2}$.

2. Tétel (7 pont)

Egy személy letétbe helyez a bankba 10000 lejt, melyre az éves kamat 3%. Ha nem veszi ki a kamatot, ez hozzáadódik az eredeti összeghez és a kamatot a következő évben már erre számolják. Ha ez a személy a betevéstől számított három évben nem vesz ki pénzt, számítsátok ki mennyi pénze lesz a bankban?

3. Tétel (7 pont)

Egy előadóteremben 21 sor szék van, és minden sorban egy székkal több mint az előtte levő sorban. Ha tudjuk, hogy a 11-dik sorban 30 szék van, számítsátok ki hány szék van összesen a teremben?

4. Tétel (7 pont)

Igazoljátok, hogy az $ABCDEF$ szabályos hatszögben teljesül a következő összefüggés:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{AD}.$$



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Profilul uman

Faza locală, 5 martie 2016

Clasa a X-a

1. Tétel (7 pont)

Adott az $E(x, y) = (x^2 \sqrt{y})^p \cdot \sqrt{y \sqrt{x}}$, ahol $x, y > 0$. Írjátok fel az $E(x, y)$ kifejezést x és y hatványának szorzataként és határozzátok meg a p értékét, ha $E(16, 4) = 4$.

2. Tétel (7 pont)

Számítsátok ki: $\left(\frac{1}{9}\right)^3 \cdot \left((27\sqrt{3})^{\sqrt{12}}\right) \cdot (0, (3))^{-2} \cdot \frac{1}{9^5}$.

3. Tétel (7 pont)

Igazoljátok a következő egyenlőségeket: (a) $3^{\lg \frac{7}{5}} \cdot 7^{\lg \frac{5}{3}} \cdot 5^{\lg \frac{3}{7}} = 1$

(b) $\log_a b \cdot \log_c d \cdot \log_e f = \log_a f \cdot \log_c b \cdot \log_e d$, $\forall a, b, c, d, e, f \in (0, 1) \cup (1, \infty)$.

4. Tétel (7 pont)

Számítsátok ki: (a) $S = \log_3 x + \log_3 x^2 + \dots + \log_3 x^{100}$, $x > 0$;

(b) $S' = \lg \sqrt{x} + \lg \sqrt[2 \cdot 3]{x} + \lg \sqrt[3 \cdot 4]{x} + \dots + \lg \sqrt[2015 \cdot 2016]{x}$, $x > 0$.



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Profilul uman

Faza locală, 5 martie 2016

Clasa a XI-a

1. Tétel (7 pont)

Egy irodában az alkalmazottak hiányzásának száma, 90 nap alatt a következő táblázatban látható.

Hiányzások száma	0	1	2	3	4
Napok száma	60	20	6	3	1

Számítsátok ki a napi hiányzások átlagát és a szórást.

2. Tétel (7 pont)

Egy sporteseményen 35 személy vett részt. Az 1000 méteres futáson a következő eredményeket mérték:

Idő ('-min"-sec)	<2'30"	[2'30",3')	[3',3'30")	[3'30",4')	≥4'
Versenyzők száma	5	8	10	7	5

Készítsétek el a hisztogramot és a gyakorisági sokszöget.

3. Tétel (7 pont)

Egy osztályban megmérték a tanulók magasságát és a következő eredményeket kapták:

Magasság (cm)	160-169	170-179	180-189	190-199
Személyek száma	3	16	7	4

Számítsátok ki az átlagot és a szórást.

4. Tétel (7 pont)

Egy tanár kiszámolta a dolgozatjegyek átlagát és 5,43 lett. Később rájött, hogy 11 jegyhez nem adta hozzá az 1 pontot, amit mindenki megkap hivatalból, ezért megint kiszámolta és 5,87 lett. Hány tanuló van az osztályban?

Notă: Timp de lucru 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Profilul uman

Faza locală, 5 martie 2016

Clasa a XII-a

1. Tétel (7 pont)

Adott a $G(x) = \begin{pmatrix} 3^x & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & x & 1 \end{pmatrix}$ mátrix, ahol $x \in \mathbb{R}$

a) Igazoljátok, hogy $G^n(x) = G(nx)$, $x \in \mathbb{R}$, bármely $n \in \mathbb{N}^*$;

b) Számítsátok ki a következő matrix determinánsát:

$$G(0) + G(1) + G(2) + \dots + G(2016)$$

2. Tétel (7 pont)

Adott a következő halmaz:

$$G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 3b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Q} \right\} \subset M_2(\mathbb{Q}).$$

a) Igazoljátok, hogy bármely $A, B \in G$ mátrix esetén $A \cdot B = B \cdot A$;

b) Határozzátok meg az $E \in G$ mátrixot, ha $E \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 6 & 1 \end{pmatrix} = I_2$.

3. Tétel (7 pont)

Adott a $\Delta = \begin{vmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{vmatrix}$ determináns, $a, b, c \in \mathbb{R}$.

Igazoljátok, hogy $\Delta = \frac{1}{2}(a+b+c)((a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2)$.

3. Tétel (7 pont)

Adott a következő egyenletrendszer:
$$\begin{cases} x + ay + 2z = 1 \\ x + (2a-1)y + 3z = 1, a \in \mathbb{R} \\ x + ay + (a-3)z = 1 \end{cases}$$

és az $A = \begin{pmatrix} 1 & a & 2 \\ 1 & 2a-1 & 3 \\ 1 & a & a-3 \end{pmatrix}$ mátrix.

a) Oljátok meg az egyenletet: $\det(A) = 0$;

b) Oldjátok meg az egyenletrendszert, ha $a = 0$.

Notă: Timp de lucru 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.