



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Profilul servicii, resurse naturale și protecția mediului.

Profilul real specializarea științele naturii.

Profilul tehnic

Faza locală, 5 martie 2016

Clasa a IX-a

Subiectul 1 (7 puncte)

Calculați valoarea minimă a expresiei $E(x, y) = 4x + 5y$, știind că $x, y \in \mathbb{R}$ și

$$|3x + 1| \leq 4, |4y - 1| \leq 5.$$

Subiectul 2 (7 puncte)

Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\left[\frac{3 + [x]}{4} \right] = x$, unde $[y]$ reprezintă partea întreagă a numărului real y .

Subiectul 3 (7 puncte)

Să se calculeze sumele următoare:

a) $4 + 5 + 8 + 9 + 12 + 13 + \dots + 80 + 81$

b) $9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{99 \dots 9}_{100 \text{ ori}}$

Subiectul 4 (7 puncte)

Fie $ABCDEF$ un hexagon regulat, k un număr real pozitiv și punctele $M \in (AC)$, $N \in (CE)$ astfel încât

$$\frac{AM}{AC} = \frac{CN}{CE} = k.$$

a) Exprimați $\overrightarrow{BM}$ și $\overrightarrow{BN}$ în funcție de $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ și k .

b) Determinați valoarea lui k pentru care punctele B , N și M sunt coliniare.

Notă: Timp de lucru 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Profilul servicii resurse naturale și protecția mediului.

Profilul real specializarea științele naturii.

Profilul tehnic

Faza locală, 5 martie 2016

Clasa a X-a

Subiectul 1 (7 puncte)

Calculați media aritmetică a numerelor $a = 3^{1+\log_3 7} - 2^{\log_4 121}$ și $b = 3^{\log_2 5} - 5^{\log_2 3}$.

Subiectul 2 (7 puncte)

a) Fie $z = \frac{1-2i}{1+i}$. Calculați $\operatorname{Re}(z)$, $\operatorname{Im}(z)$ și $|z|$.

b) Determinați valorile lui $m \in \mathbf{R}$ pentru care ecuația $z^2 - (4m + i)z + 2mi + m + 3 = 0$ are o soluție reală, apoi rezolvați ecuația în fiecare dintre situațiile găsite.

Subiectul 3 (7 puncte)

a) Fie $a = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$ și $b = \sqrt{17} - \sqrt{11}$. Fără a extrage rădăcina pătrată, arătați că $a < b$.

b). Rezolvați în $\mathbf{R}$ ecuațiile: i) $\sqrt{5-x} + \sqrt{x} = 3$.

$$\text{ii) } \sqrt[3]{x-1} + \sqrt[3]{x-2} = \sqrt[3]{2x-3}.$$

Subiectul 4 (7 puncte)

a) Fie numerele $a = \sqrt[3]{65} - 4$ și $b = 4 - \sqrt[3]{63}$. Calculați cuburile acestor numere.

b) Fie $A = \sqrt[3]{1 - 12\sqrt[3]{65^2} + 48\sqrt[3]{65}} + 4$ și $B = \sqrt[3]{1 - 48\sqrt[3]{63} + 36\sqrt[3]{147}} + \sqrt[3]{63}$. Comparați numerele A și B .

Notă: Timp de lucru 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Profilul servicii resurse naturale și protecția mediului.

Profilul real specializarea științele naturii.

Profilul tehnic

Faza locală, 5 martie 2016

Clasa a XI-a

Subiectul 1 (7 puncte)

Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Să se calculeze $A^n, n \in \mathbb{N}$.

b) Să se determine toate matricele $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, astfel încât $A^2 \cdot X = X \cdot A^2$.

Subiectul 2 (7 puncte)

Fie determinantul $D(a, b, c) = \begin{vmatrix} a+2 & a^2-1 & a+1 \\ b+2 & b^2-1 & b+1 \\ c+2 & c^2-1 & c+1 \end{vmatrix}, a, b, c \in \mathbb{R}$.

a) Calculați $D\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, \frac{3}{2}\right)$;

b) Demonstrați că $D(a, b, c) = \begin{vmatrix} 1 & a^2 & a \\ 1 & b^2 & b \\ 1 & c^2 & c \end{vmatrix}$;

c) Rezolvați ecuația $D(9^x, 3^x, 3) = 0$.

Subiectul 3 (7 puncte)

Să se calculeze următoarele limite: a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi^{x+1} + e^x}{5^{x+2}}$; b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2+x^{2016})}{\sqrt{4+x^2}-2}$.

Subiectul 4 (7 puncte)

Să se determine a real astfel încât funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = \sqrt[3]{x^3 + ax^2 - 1} + 2015\sqrt[3]{x^3 + ax^2 + 1}$, să admită asimptota oblică la $+\infty$ dreapta $y = 2016x + \frac{2016^2}{3}$.

Notă: Timp de lucru 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Profilul servicii, resurse naturale și protecția mediului.

Profilul real specializarea științele naturii.

Profilul tehnic

Faza locală, 5 martie 2016

Clasa a XII-a

Subiectul 1 (7 puncte)

Arătați că aplicația $x * y = e^{\ln x \cdot \ln y}$ este o lege de compoziție pe $G = (0, \infty) \setminus \{1\}$ și determinați elementele simetrizabile.

Subiectul 2 (7 puncte)

Pe $\mathbb{R}$ se consideră legea de compoziție $x * y = xy + 5x + ay + b$. Determinați valorile reale ale lui a și b pentru care legea admite element neutru.

Subiectul 3 (7 puncte)

a) Fie funcția $f_\alpha: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f_\alpha(x) = \frac{1}{x^2 + \alpha}$, unde $\alpha \in [0, \infty)$. Să se calculeze $I = \int f_\alpha(x) dx$.

b) Să se determine funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât

$$\int [f(x) + (f \circ f)(x)] dx = x^2 + 1008x + C$$

Subiectul 4 (7 puncte)

Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(x)$.

a) Să se calculeze $I_1 = \int_1^2 f\left(\frac{1}{x^2}\right) dx$.

b) Să se calculeze $I_2 = \int_{\frac{1}{e}}^{e^2} \frac{f(x)}{x} dx$.

Notă: Timp de lucru 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.