



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Profilul servicii resurse naturale și protecția mediului.

Profilul real specializarea științele naturii.

Profilul tehnic

Faza locală, 5 martie 2016

Clasa a IX-a

1. Tétel (7 pont)

Számítsátok ki az $E(x, y) = 4x + 5y$ kifejezés minimumát, ha tudjuk, hogy $x, y \in \mathbb{R}$ és $|3x + 1| \leq 4, |4y - 1| \leq 5.$

2. Tétel (7 pont)

Oldjátok meg a valós számok halmazán a $\left[\frac{3+[x]}{4} \right] = x$ egyenletet, ahol $[y]$ az y valós szám egész részét jelöli.

3. Tétel (7 pont)

Számítsátok ki a következő összegeket:

a) $4 + 5 + 8 + 9 + 12 + 13 + \dots + 80 + 81$

b) $9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{99 \dots 9}_{100 \text{ ori}}$

4. Tétel (7 pont)

Adott az $ABCDEF$ szabályos hatszög, a k pozitív valós szám és az $M \in (AC), N \in (CE)$ pontok úgy, hogy $\frac{AM}{AC} = \frac{CN}{CE} = k.$

a) Fejezzétek ki a $\overrightarrow{BM}$ és $\overrightarrow{BN}$ vektorokat az $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$ és k segítségével.

b) Határozzátok meg a k értékét úgy, hogy a B, N és M pontok kollineárisak legyenek.

Notă: Timp de lucru 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Profilul servicii resurse naturale și protecția mediului.

Profilul real specializarea științele naturii.

Profilul tehnic

Faza locală, 5 martie 2016

Clasa a X-a

1. Tétel (7 puncte)

Számítsátok ki az $a = 3^{1+\log_3 7} - 2^{\log_4 121}$ és $b = 3^{\log_2 5} - 5^{\log_2 3}$ számok számtani középátlóját.

2. Tétel (7 puncte)

a) Legyen $z = \frac{1-2i}{1+i}$. Számítsátok ki: $\operatorname{Re}(z)$, $\operatorname{Im}(z)$ és $|z|$.

b) Határozzátok meg az $m \in \mathbf{R}$ értékeit úgy, hogy a $z^2 - (4m+i)z + 2mi + m + 3 = 0$ egyenletnek legyen egy valós megoldása, majd oldjátok meg az egyenletet minden kapott értékre.

3. Tétel (7 puncte)

a) Adott az $a = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$ és $b = \sqrt{17} - \sqrt{11}$ szám. A négyzetgyökök kiszámítása nélkül, igazoljátok, hogy $a < b$.

b). Oldjátok meg $\mathbf{R}$ -en a következő egyenleteket: i) $\sqrt{5-x} + \sqrt{x} = 3$.

$$\text{ii) } \sqrt[3]{x-1} + \sqrt[3]{x-2} = \sqrt[3]{2x-3}.$$

4. Tétel (7 puncte)

a) Adottak az $a = \sqrt[3]{65} - 4$ és $b = 4 - \sqrt[3]{63}$ számok. Számítsátok a köbeiket.

b) Adott az $A = \sqrt[3]{1 - 12\sqrt[3]{65^2} + 48\sqrt[3]{65}} + 4$ és $B = \sqrt[3]{1 - 48\sqrt[3]{63} + 36\sqrt[3]{147}} + \sqrt[3]{63}$. Hasonlítsátok össze az A és B számokat.

Notă: Timp de lucru 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Profilul servicii resurse naturale și protecția mediului.

Profilul real specializarea științele naturii.

Profilul tehnic

Faza locală, 5 martie 2016

Clasa a XI-a

1. Tétel (7 pont)

Adot az $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix.

a) Számítsátok ki $A^n, n \in \mathbb{N}$.

b) Határozzátok az összes $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ mátrixot, amelyre $A^2 \cdot X = X \cdot A^2$.

2. Tétel (7 pont)

Adott a $D(a, b, c) = \begin{vmatrix} a+2 & a^2-1 & a+1 \\ b+2 & b^2-1 & b+1 \\ c+2 & c^2-1 & c+1 \end{vmatrix}$ determináns, $a, b, c \in \mathbb{R}$.

a) Számítsátok ki $D\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, \frac{3}{2}\right)$;

b) Igazoljátok, hogy $D(a, b, c) = \begin{vmatrix} 1 & a^2 & a \\ 1 & b^2 & b \\ 1 & c^2 & c \end{vmatrix}$;

c) Oldjátok meg a $D(9^x, 3^x, 3) = 0$ egyenletet.

3. Tétel (7 pont)

Számítsátok ki a következő határértékeket: a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi^{x+1} + e^x}{5^{x+2}}$; b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x^2 + x^{2016})}{\sqrt{4 + x^2} - 2}$.

4. Tétel (7 pont)

Határozzátok meg az a valós számot úgy, hogy az

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = \sqrt[3]{x^3 + ax^2 - 1} + 2015\sqrt[3]{x^3 + ax^2 + 1}$ függvény ferde aszimptotája $+\infty$ - ben az $y = 2016x + \frac{2016^2}{3}$ egyenletű egyenes legyen.

Notă: Timp de lucru 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Profilul servicii resurse naturale și protecția mediului.

Profilul real specializarea științele naturii.

Profilul tehnic

Faza locală, 5 martie 2016

Clasa a XII-a

1. Tétel (7 pont)

Igazoljátok, hogy az $x * y = e^{\ln x \cdot \ln y}$ művelet a $G = (0, \infty) \setminus \{1\}$ halmazon és határozzátok meg azokat az elemeket, amelyeknek létezik szimmetrikusa.

2. Tétel (7 pont)

R –en értelmezzük az $x * y = xy + 5x + ay + b$ műveletet. Határozzátok meg az a és b valós számokat úgy, hogy létezzen semleges elem.

3. Tétel (7 pont)

a) Adott az $f_\alpha: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f_\alpha(x) = \frac{1}{x^2 + \alpha}$ függvény, $\alpha \in [0, \infty)$. Számítsátok ki: $I = \int f_\alpha(x) dx$.

b) Határozzátok meg azokat az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b$ függvényeket, $a, b \in \mathbb{R}$, amelyekre

$$\int [f(x) + (f \circ f)(x)] dx = x^2 + 1008x + C$$

4. Tétel (7 pont)

Adott az $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \ln(x)$ függvény.

a) Számítsátok ki: $I_1 = \int_1^2 f\left(\frac{1}{x^2}\right) dx$.

b) Számítsátok ki: $I_2 = \int_{\frac{1}{e}}^{e^2} \frac{f(x)}{x} dx$.

Notă: Timp de lucru 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.