



MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII,  
TINERETULUI ȘI SPORTULUI

SOCIETATEA DE ȘTIINTE MATEMATICE

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN BIHOR



CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ  
ADOLF HAIMOVICI

ETAPA LOCALĂ  
11.02.2012

Barem: clasa a X-a

$$\begin{aligned} 1) \Delta &= b^2 - 4ac = (3 + 4i)^2 - 4(-1 + 5i) = -3 + 4i = & 1p \\ &= 1 + 4i - 4 = 1 + 4i + 4i^2 = (1 + 2i)^2 & 3p \\ z_{1,2} &= \frac{(3 + 4i) \pm (1 + 2i)}{2} & 1p \\ z_1 &= 2 + 3i, z_2 = 1 + i & 2p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \text{ Se impune condiția } x \geq 0 \text{ de unde } x \in [0, \infty) & 1p \\ \text{Cu substituțiile } \sqrt[3]{2 - \sqrt{x}} = u, \sqrt[3]{2 + \sqrt{x}} = v \text{ se obține sistemul} & \\ \begin{cases} u + v = 2 \\ u^3 + v^3 = 4 \end{cases} & 2p \\ u = 2 - v \text{ și avem ecuația } (2 - v)^3 + v^3 = 4 \Leftrightarrow 3v^2 - 6v + 2 = 0 & 1p \\ \text{Cu soluțiile } v_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3} & 1p \\ \text{Avem } \sqrt[3]{2 + \sqrt{x}} = \frac{3 + \sqrt{3}}{3} \Rightarrow 2 + \sqrt{x} = \frac{54 + 30\sqrt{3}}{27} \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{10\sqrt{3}}{9} \Rightarrow x = \frac{100}{27} & 1p \\ \sqrt[3]{2 + \sqrt{x}} = \frac{3 - \sqrt{3}}{3} \Rightarrow \sqrt{x} = -\frac{10\sqrt{3}}{3} \text{ situație care nu convine} & 1p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. a) \frac{1}{k\sqrt{k+1} + (k+1)\sqrt{k}} &= \frac{1}{\sqrt{k}\sqrt{k+1}(\sqrt{k} + \sqrt{k+1})} = \frac{\sqrt{k+1} - \sqrt{k}}{\sqrt{k}\sqrt{k+1}(k+1-k)} = \\ &= \frac{\sqrt{k+1} - \sqrt{k}}{\sqrt{k}\sqrt{k+1}} = \frac{1}{\sqrt{k}} - \frac{1}{\sqrt{k+1}} = \frac{\sqrt{k}}{k} - \frac{\sqrt{k+1}}{k+1}. \quad (4p) \\ b) \text{ Folosindu-ne de relația de la punctul a) suma poate fi scrisă sub forma:} \\ S &= \left( \frac{\sqrt{1}}{1} - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) + \left( \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3} \right) + \left( \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{4}}{4} \right) + \dots + \left( \frac{\sqrt{2006}}{2006} - \frac{\sqrt{2007}}{2007} \right) = 1 - \frac{\sqrt{2007}}{2007} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2007}}. \\ & \quad (3p) \end{aligned}$$

**Notă :**

- toate subiectele sunt obligatorii
- timp de lucru 3 h
- fiecare problemă se notează cu puncte întregi de la 0 la 7



MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII,  
TINERETULUI ȘI SPORTULUI

SOCIETATEA DE ȘTIINTE MATEMATICE

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN BIHOR



---

CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ  
ADOLF HAIMOVICI

ETAPA LOCALĂ  
11.02.2012

4. Punând în ecuație datele problemei obținem:

$$\begin{cases} x+3=k^2 \\ x-3=k \end{cases} (2p) \Rightarrow x+3=(x-3)^2 \Rightarrow x^2-7x+6=0 \quad (2p) \Rightarrow x_1=1 \text{ și } x_2=6. (2p)$$

Cum  $x_1=1$  nu verifică condițiile problemei rezultă că vârsta copilului este de 6 ani. (1p)

---

**Notă :**

- toate subiectele sunt obligatorii
- timp de lucru 3 h
- fiecare problemă se notează cu puncte întregi de la 0 la 7