



MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII,
TINERETULUI ȘI SPORTULUI

SOCIETATEA DE ȘTIINTE MATEMATICE

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN BIHOR



CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
ADOLF HAIMOVICI

ETAPA LOCALĂ
11.02.2012

Barem:clasa a XI-a

1. Din proprietăți deducem că $X \in M_2(\mathbf{R}) \Rightarrow X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ (1p). Efectuând calculele se obține $3a = 6, a + 2b = 8, 3c = -3, c + 2d = -1$ (3p) $\Rightarrow X = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ (3p).

2. a) Din calcul direct se verifică egalitatea cerută. (3p)

b) $(A(2))^2 = A(2) \cdot A(2) = A(2+2) = A(4)$
 $(A(2))^3 = (A(2))^2 \cdot A(2) = A(4+2) = A(6)$ (1p)

Vom demonstra că $(A(2))^n = A(2n)$ (1p)

Demonstrarea prin inducție (2p).

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + x + 1}{x + 2} - ax \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + x + 1 - ax^2 - 2ax}{x + 2} \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2(1-a) + x(1-2a) + 1}{x + 2} \right)$ (1p)

$\Rightarrow 1-a=0 \Rightarrow a=1$ (3p) $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{-x+1}{x+2} \right) = 3+b \Rightarrow 3+b=-1 \Rightarrow b=4$ (3p)

4. $x-1 < [x] \leq x, 5x-1 < [5x] \leq 5x$ (2p) $\Rightarrow 6x-2 < [x] + [5x] \leq 6x \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{6x-2}{x} < \frac{[x] + [5x]}{x} \leq \frac{6x}{x}$ (2p).

Aplicând teorema clestelui obținem $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{[x] + [5x]}{x} = 6$ (3p).

Notă :

- toate subiectele sunt obligatorii
- timp de lucru 3 h
- fiecare problemă se notează cu puncte întregi de la 0 la 7