OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 15.02.2014

Clasa a XI-a

Problema 1

Adott az x_1=3, x_n=x_{n-1}+2n+1, n>1 képlettel értelmezett (x_n) ,n≥1 sorozat.

Számítsd ki a $\lim\limits_{n\to\infty}$ n[$\ln 2$ +ln($\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{x_{2i-1}}$)].

Problema 2

Adott az (x_n)n≥1 pozitív valós számok sorozata, ahol $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$.

Számítsd ki:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{x_1^2-x_1x_2+x_2^2}+\sqrt{x_2^2-x_2x_3+x_3^2}+\cdots+\sqrt{x_n^2-x_n\,x_1+x_1^2}}{n}$$

GMB 4/2012

Problema 3

a) Igazold, hogy $A^2 = Tr(A)A - \det(A)I_2$, ahol A∈ M_2 (**C**).

b) Igazold, hogy A(A+B)B=B(A+B)A, ahol A és B ∈ M_2 (**C**) úgy, hogy Tr(A)+Tr(B)=0.

Problema 4

Adott A,B ∈ M_2 (**Q**) úgy, hogy AB=BA, det A = -3 és det(A+$\sqrt{3}$B)=0.

Számítsd ki det(A^2+B^2-AB)!

GMB 12/2011

Probleme selectate de Prof. Ursan Rodica

Notă: a) Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
b) Toate problemele sunt obligatorii.
c) Fiecare problemă se notează de la 0 la 7.