



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ
11.02.2012

VII. osztály

1 FELADAT

Igazold, hogy:

a) $(\underbrace{3+3+3+\dots+3}_{2012\text{-szer}})^2 + (\underbrace{4+4+4+\dots+4}_{2012\text{-szer}})^2 = (\underbrace{5+5+5+\dots+5}_{2012\text{-szer}})^2$;

b) $(\underbrace{3333\dots3}_{2012\text{-szer}})^2 + (\underbrace{4444\dots4}_{2012\text{-szer}})^2 = (\underbrace{5555\dots5}_{2012\text{-szer}})^2$;

2 FELADAT

Igazold, hogy $\sqrt{10^{20} + 3 \cdot 10^{10} - 1} \notin \mathcal{Q}$

(G.M. nr. 10/2011)

3 FELADAT

Adott az ABC egyenlő szárú háromszög, $[AB] \equiv [AC]$. Legyen $M \in AB$, $A \in (MB)$,
 $[AM] \equiv [AB]$ és $D \in (AC)$, $AD = \frac{1}{3} AC$. Tudva, hogy O a (BC) szakasz felezőpontja igazold,

- hogy: a) $MC \perp BC$
b) $AOD \sim CMD$
c) M, D, O pontok kollineárisak.

4 FELADAT

Egy trapéz nagyalapja n -szer nagyobb mint kialapja.

- a) Igazold, hogy a trapéz középvonala által meghatározott két négyszög területének aránya $\frac{n+3}{3n+1}$.
- b) n mely értékeire a területek aránya $\frac{1}{2}$?

Megjegyzés:

- Minden tétel kötelező.
- Munkaidő 3 óra
- Minden feladatot 0-tól 7-ig, egész pontokkal pontoznak.