



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ “ADOLF HAIMOVICI”

Profilul servicii, resurse naturale și protecția mediului

Profilul real specializarea științele naturii

Profilul tehnic

Etapa locală, 17 februarie 2018

Clasa a XII-a

1. Feladat (7 pont)

- a) Oldjátok meg a $\hat{3}x + \hat{3} = \hat{0}$ egyenletet, ha az együtthatók \mathbb{Z}_{12} -ből vannak.
- b) \mathbb{R} -en értelmezzük az $x * y = 2xy - 6x - 6y + 21$ műveletet.
Számítsátok ki az $\underbrace{x * x * \dots * x}_{n\text{-szer}}$, ahol $x \in \mathbb{R}$ és $n \in \mathbb{N}^*$.

2. Feladat (7 pont)

$$\text{Adott } a \in \mathbf{R}, G = \left\{ A(t) = \begin{pmatrix} 1 & t & at^2 + 2t \\ 0 & 1 & 4t \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mid t \in \mathbf{R} \right\}.$$

- a) Határozzátok meg az a valós számot úgy, hogy G zárt részhalmaza legyen az $M_3(\mathbf{R})$ -nek a mátrixok szorzására nézve.
- b) Ha $a=2$, igazoljátok, hogy G csoport a mátrixok szorzására nézve.

3. Feladat (7 pont)

Számítsátok ki:

- a) $I = \int \frac{\sin x}{e^x + \sin x + \cos x} dx$ és $J = \int \frac{\cos x + e^x}{e^x + \sin x + \cos x} dx$, ahol $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$;
- b) $\int \frac{1}{e^x + a} dx$, $a > 0$, $x \in \mathbb{R}$;
- c) $\int \frac{2}{(e^x + 1)(e^x + 3)} dx$.

4. Feladat (7 pont)

Adott a $g: [1, e] \rightarrow \mathbf{R}$, $g(x) = \ln^4 x$ függvény.a) Határozzátok meg az a, b, c, d valós számokat úgy, hogy a

$$G: [1, e] \rightarrow \mathbf{R}, G(x) = x(\ln^4 x + a \ln^3 x + b \ln^2 x + c \ln x + d)$$

függvény egy primitív függvénye legyen a g -nek.b) Ha $h: [1, e] \rightarrow \mathbf{R}$, $h(x) = \frac{g(x)}{x}$, határozzátok meg a h függvénynek azt a H primitív függvényét, amelyre $H(e^2) = \frac{2}{5}$.**Notă:** Timp de lucru 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.