



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

Profilul servicii, resurse naturale și protecția mediului

Profilul real specializarea științele naturii

Profilul tehnic

Faza locală, 25 februarie 2017

XI. Osztály

1. Tétel (7 pont)

Adott az $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix.

a) Számítsátok ki A^n , $n \in \mathbb{N}^*$.

b) Határozzátok meg a $B = A^1 + A^2 + A^3 + \dots + A^n$ mátrixot.

2. Tétel (7 pont)

Az ABCD paralelogramma középpontja az I(2,3) pont, illetve az AB és BC oldalak tartóegyenésének egyenlete: AB: $x+6y-9=0$ és BC: $3x-4y-5=0$. Határozzátok meg a paralelogramma csúcsainak koordinátáit.

3. Tétel (7 pont)

a) Számítsátok ki a következő határértékeket:

$$\lim_{x \rightarrow 2017} \frac{x - 2017}{\sqrt{x - 2016} - 1} \quad \text{és} \quad \lim_{x \rightarrow 2017} \frac{x - 2017}{\sqrt[3]{x - 2016} - 1}$$

b) Mutassátok ki:

$$\lim_{x \rightarrow 2017} \frac{\sqrt{x - 2016} + \sqrt[3]{x - 2016} - 2}{x - 2017} = \frac{5}{6}$$

4. Tétel (7 pont)

Adott az $f: \mathbb{R} - \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{|x + 1|}$ függvény, ahol $a, b, c \in \mathbb{R}$.

- Határozzátok meg az a, b, c számokat úgy, hogy az $y = x + 2017$ egyenletű egyenes a függvény grafikus képének aszimptótája legyen $+\infty$ felé és $f(1) = 1$.
- Az előző alpontban megkapott a, b, c értékekre, határozzátok meg a függvény grafikus képéhez tartozó aszimptóta egyenletét $-\infty$ felé.

Notă: Munkaidő 3 óra.

Minden tétel kötelező.