



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

Profilul servicii, resurse naturale și protecția mediului

Profilul real specializarea științele naturii

Profilul tehnic

Faza locală, 25 februarie 2017

X. Osztály

1. Tétel (7 pont)

Határozzátok meg az $m \in \mathbf{R}$ értékét úgy, hogy az $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ $f(x) = \begin{cases} 2x + m, & x \leq 1 \\ 4mx - 1, & x > 1 \end{cases}$ függvény bijektív legyen.

2. Tétel (7 pont)

Számítsátok ki az $S = \sum_{k=1}^{2017} [\lg k]$ értékét, ahol $[x]$ az x szám egész részét jelöli.

3. Tétel (7 pont)

Rendezzéték növekvő sorrendbe az x, y, z számokat, ha tudjuk, hogy :

$$x = \lg\left(1 - \frac{1}{2}\right) + \lg\left(1 - \frac{1}{3}\right) + \lg\left(1 - \frac{1}{4}\right) + \dots + \lg\left(1 - \frac{1}{100}\right)$$

$$y = \lg(\operatorname{tg}10^0) \lg(\operatorname{tg}11^0) \lg(\operatorname{tg}12^0) \dots \lg(\operatorname{tg}80^0)$$

$$z = (1+i)^7 + (1-i)^7$$

4. Tétel (7 pont)

Adott a $z = \left(\frac{\sqrt{2}+i\sqrt{2}}{1-i\sqrt{3}}\right)^6$ komplex szám.

a) Mutassátok ki, hogy $|z| = 1$.

b) Számítsátok ki az $S = 1 + z + z^2 + \dots + z^{999}$ összeget és a $P = 1 \cdot z \cdot z^2 \cdot \dots \cdot z^{999}$ szorzatot.

Notă: Munkaidő 3 óra.

Minden tétel kötelező.