



MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN BIHOR



Concursul Național de Matematică Aplicată „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – 14 februarie 2015

Clasa a XII-a

I. Feladat

Adottak a következő mátrixok $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ és a $G = \{I_2 + aA + bB \mid a, b \in \mathbf{R}, a \neq -1\}$ halmaz.

- Mutassátok ki, hogy bármely mátrix a G halmazból invertálható.
- Bizonyítsátok be, hogy G zárt a mátrixok szorzására nézve.
- Mutassátok ki, hogy az $X^2 = I_2$ egyenletnek végtelen sok megoldása van G -ben.

II. Feladat

- Hány művelet értelmezhető egy M halmazon, amelynek 3 eleme van?
- Hány kommutatív művelet értelmezhető egy M halmazon, amelynek 3 eleme van?
- Hány semleges elemmel rendelkező művelet értelmezhető egy M halmazon, amelynek 3 eleme van?
- Hány semleges elemmel rendelkező kommutatív művelet értelmezhető egy M halmazon, amelynek n eleme van?

III. Feladat

Határozzátok meg az a és b valós számokat úgy, hogy az

$F: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $F(x) = \begin{cases} 2x^2 - x, & x \leq 1 \\ e^x + ax + b, & x > 1 \end{cases}$ függvény, primitív függvénye legyen egy

$f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ függvénynek.

IV. Feladat

Számítsátok ki: $\int_0^3 (|2x - 1| + |2x - 3| + |2x - 5|) dx$.