Concursul Naţional de Matematică Aplicată „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – 14 februarie 2015

Clasa a XII-a

Subiectul I

Se dau matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ şi mulţimea $G = \{I_2 + aA + bB | a, b \in \mathbf{R}, a \neq -1\}$.

a.) Arătaţi că orice matrice din G este inversabilă.
b.) Demonstraţi că G este parte stabilă în raport cu înmulţirea matricelor.
c.) Arătaţi că ecuaţia $X^2 = I_2$ are o infinitate de soluţii în G.

Subiectul II

a) Câte legi de compoziţie se pot defini pe o mulţime M ce are 3 elemente ?
b) Câte legi de compoziţie comutative se pot defini pe o mulţime M ce are 3 elemente ?
c) Câte legi de compoziţie ce admit element neutru se pot defini pe o mulţime M ce are 3 elemente ?
d) Câte legi de compoziţie comutative ce admit element neutru se pot defini pe o mulţime M ce are n elemente ?

Subiectul III

Determinaţi numerele reale a şi b pentru care funcţia $F: \boldsymbol{R} \to \boldsymbol{R}$, $F(x) = \begin{cases} 2x^2 - x, x \leq 1 \\ e^x + ax + b, x > 1 \end{cases}$ este primitiva unei alte funcţii f: $\boldsymbol{R} \to \boldsymbol{R}$.

Subiectul IV

Calculaţi: $\int_0^3 (|2x-1| + |2x-3| + |2x-5|)dx$.

Timp efectiv de lucru 3 ore
Toate problemele sunt obligatorii
Fiecare problemă se notează de 0 la 7