Concursul Naţional de Matematică Aplicată „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – 14 februarie 2015

BAREM cls X

Subiectul I

$ln\frac{2a+3b}{5} = \frac{lna+lnb}{2}$ => $ln\frac{2a+3b}{5} = ln\sqrt{a\cdot b}$ => $2a+3b = 5\sqrt{a\cdot b}$ (**2p**)

Obţinem relaţia $4a^2 - 13ab + 9b^2 = 0$ (**1p**) => $4\left(\frac{a}{b}\right)^2 - 13\left(\frac{a}{b}\right) + 9 = 0$ (**2p**).

Deci $\frac{a}{b} \in \left\{1, \frac{9}{4}\right\}$ (**2p**).

Subiectul II

Obţine $S_n = \sqrt{n+1} - 1$ (**2p**) şi $S_{2015} = \sqrt{2016} - 1$ (**1p**).

Din $S_n \geq 100$ obţinem $\sqrt{n+1} \geq 101$ de unde $n \geq 101^2 - 1$ (**3p**).

Numărul cerut este 10200. (**1p**)

Subiectul III

a) Arată că $|z| = 1$ (**2p**)

b) Obţine $z = i$ (**3p**). Calculează $S = 0$ *şi* $P = 1$ (**2p**).

Subiectul IV

Obţine $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} = \frac{10}{-27} \in$ **Q (2p)**

Notând $x = \sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}$ ridicând la cub vom avea $x^3 = a + b + 3\sqrt[3]{ab}\left(\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}\right)$ (**1p**)

Ecuaţia rezultată $x^3 = 10 - 9x$ are singura soluţie reală $x = 1$ (**1p**)

Deci $\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b} = 1 \in$ **Q (1p)**

Numărul $\lg\frac{1}{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}} = \lg\frac{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b}}{a+b} = \lg\frac{1}{10} = -1 \in$ **Q (2p).**