MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
romania2019.eu
Președinția României la Consiliul Uniunii Europene
Societatea de Științe Matematice din România

Nationale Mathematikolympiade
Kreis- und Sektoren der Stadt Bucharest Etappe, 16. März 2019

VIII-te KLASSE

Aufgabe 1. Bestimmt die Zahlen x, y, mit x eine ganze und y eine rationale Zahl, für welche folgende Gleichheit besteht:

$$5(x^2 + xy + y^2) = 7(x + 2y).$$

Gazeta Matematică

Aufgabe 2. $ABCDA'B'C'D'$ sei ein Quader und M, N, P die Projektionen der Punkte A, C, bzw. B' auf der Diagonale BD'.

a) Zeigt, dass $BM + BN + BP = BD'$.

b) Beweist, dass $3(AM^2 + B'P^2 + CN^2) \geq 2D'B^2$ wenn und nur wenn der Quader $ABCDA'B'C'D'$ ein Würfel ist.

Aufgabe 3. Es sei $ABCDA'B'C'D'$ ein Quader, so dass das Maß des Diederwinkels zwischen den Ebenenen $(A'BD)$ und $(C'BD)$ $90°$ beträgt, und das Maß des Diederwinkels zwischen den Ebebenen $(AB'C)$ und $(D'B'C)$ $60°$ beträgt. Bestimmt das Maß des Diederwinkels zwischen den Ebenenen $(BC'D)$ und $(A'C'D)$.

Aufgabe 4. Löst in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung:

$$\left[x + \frac{1}{x}\right] = \left[x^2 + \frac{1}{x^2}\right],$$

wo $[a]$ den ganzen Teil der reellen Zahl a bezeichnet.

Arbeitszeit 4 Stunden.
Jede Aufgabe wird mit 7 Punkten bewertet.