



Matematika tantárgyverseny
Megyei (Bukarestben szektor) forduló, 2019. március 16.

VIII. OSZTÁLY

1. feladat. Határozd meg az x, y számokat, ha x egész, y racionális, és teljesül a következő egyenlőség:

$$5(x^2 + xy + y^2) = 7(x + 2y).$$

Gazeta Matematică

2. feladat. Az $ABCD A' B' C' D'$ téglatestben az A, C és B' pontok vetületei a BD' átlóra az M, N illetve P pontok.

a) Igazold, hogy $BM + BN + BP = BD'$.

b) Bizonyítsd be, hogy akkor és csak akkor áll fenn a $3(AM^2 + B'P^2 + CN^2) \geq 2D'B^2$ egyenlőtlenség, ha $ABCD A' B' C' D'$ kocka.

3. feladat. Az $ABCD A' B' C' D'$ egy olyan téglatest, amelyben az $(A'BD)$ és $(C'BD)$ síkok által alkotott lapszög mértéke 90° , az $(AB'C)$ és $(D'B'C)$ síkok által alkotott lapszög mértéke 60° . Határozd meg a $(BC'D)$ és $(A'C'D)$ síkok által alkotott lapszög mértékét!

4. feladat. Oldd meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

$$\left[x + \frac{1}{x} \right] = \left[x^2 + \frac{1}{x^2} \right],$$

ahol $[a]$ az a valós szám egészrészét jelöli.

Munkaidő 4 óra.

Minden feladatra 7 pont szerezhető.